TEMA 4: Interacción entre partículas elementales

- Elemento de matriz invariante o amplitud de probabilidad: $\mathcal{M}_{if}$
- Probabilidad de que ocurra el proceso $|i\rangle \to |f\rangle$: $\mathcal{P}_{if} = (2\pi)^3 \mathcal{N} |\mathcal{M}_{if}|^2$
- Observables: $Obs = (2\pi)^3 \mathcal{N} \left[\Pi \int_{\mathcal{P}^\mu}\right] |\mathcal{M}_{if}|^2$

Variables de Mandelstam:

- $s \equiv (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2$
- $t \equiv (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2$
- $u \equiv (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2$

Por ejemplo, s se desarrolla como: $s = (p_1 + p_2)^2 = (p_1^\mu + p_2^\mu)(p_{1\mu} + p_{2\mu}) = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1^\mu p_{2\mu}$

Observables:

$$Obs = \frac{\mathcal{N}}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|}{4\sqrt{s}} d\Omega |\mathcal{M}_{if}|^2$$

$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2(xy + yz + zx)$

$|\vec{p}| = \frac{1}{2m_a} \lambda^{1/2}(m_a, m_1, m_2)$

ANCHURAS DE DESINTEGRACIÓN (Γ)

Desintegraciones en el Centro de Masas (CM):

- Proceso: $a \to 1 + 2$
- Anchura diferencial de desintegración de una partícula a dos partículas:

$$\frac{d\Gamma(a \to 1 + 2)}{d\Omega} = \frac{|\vec{p}|}{32\pi^2 m_a^2} |\mathcal{M}_{i\to f}|^2$$

- $\mathcal{N} = \pi / m_a$

$P_i^\mu = (m_a c, \vec{0})$

$P_f^\mu = (E_1/c, \vec{p}) + (E_2/c, -\vec{p}) = ((E_1 + E_2)/c, \vec{0}) = (\sqrt{s}, \vec{0})$

Desintegración $\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e$

- $|\mathcal{M}_{if}|^2 = 4 \cdot G_F^2 \cdot f_\pi^2 \cdot m_e^2 \cdot (\mathcal{P}_1^\mu \cdot \mathcal{P}_{2\mu})$
- $\mathcal{P}_a^\mu = \mathcal{P}_\pi^\mu = (m_\pi, \vec{0})$
- $\mathcal{P}_1^\mu = \mathcal{P}_{e^-}^\mu = (E_{e^-}, \vec{p})$
- $\mathcal{P}_2^\mu = \mathcal{P}_{\bar{\nu}_e}^\mu = (E_{\bar{\nu}_e}, -\vec{p})$

Desintegración $W^+ \to e^+ + \nu_e$

- $|\mathcal{M}_{if}|^2 = \frac{g^2}{3 \cdot M_W^2} \cdot (\mathcal{P}_1^\mu \cdot \mathcal{P}_{2\mu} + \frac{2}{M_W^2} (\mathcal{P}_1^\mu \cdot \mathcal{P}_{1\mu})(\mathcal{P}_2^\mu \cdot \mathcal{P}_{2\mu}))$

- $\mathcal{P}_a^\mu = \mathcal{P}_W^\mu = (m_W, \vec{0})$
- $\mathcal{P}_1^\mu = \mathcal{P}_{e^+}^\mu = (E_{e^+}, \vec{p})$
- $\mathcal{P}_2^\mu = \mathcal{P}_{\nu_e}^\mu = (E_{\nu_e}, -\vec{p})$

SECCIONES EFICACES (σ)

Colisiones en el Centro de Masas (CM):

- Proceso: $a + b \to 1 + 2$
- $\mathcal{N} = 2\pi/(4\sqrt{s}|\vec{p}_i|)$
- $d\sigma/d\Omega = \frac{\mathcal{N}}{(2\pi)^3}\frac{|\vec{p}|}{4\sqrt{s}}|\mathcal{M}_{if}|^2$
- Sección eficaz diferencial para una colisión de dos partículas a otras dos:

$$\frac{d\sigma(1+2\to 3+4)}{d\Omega} = \left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 \frac{|\vec{p}'|}{|\vec{p}|}\frac{1}{(E_1+E_2)^2}|\mathcal{M}_{i\to f}|^2$$

- $\mathcal{N} = \pi/m_a$

$P_i^\mu = (E_a/c, \vec{p}) + (E_b/c, -\vec{p}) = ((E_a + E_b)/c, \vec{0})$

$P_f^\mu = (E_1/c, \vec{p}) + (E_2/c, -\vec{p}) = ((E_1 + E_2)/c, \vec{0}) = (\sqrt{s}, \vec{0})$

Efecto Compton $\gamma + e^- \to \gamma' + e^{-\prime}$

- $|\mathcal{M}_{if}|^2 = 2e^4\left[4m^4\left(\frac{1}{s-m^2}+\frac{1}{u-m^2}\right)^2 + 2m^2\left(\frac{1}{s-m^2}+\frac{1}{u-m^2}\right) - \frac{u-m^2}{s-m^2} - \frac{s-m^2}{u-m^2}\right]$
- Cinemática del efecto Compton: $\left(\frac{1}{\omega'} - \frac{1}{\omega}\right) = \frac{1}{m}(1 - cos\theta)$
- $\mathcal{P}_a^\mu = \mathcal{P}_\gamma^\mu = (\omega, 0, 0, \omega)$
- $\mathcal{P}_a^\mu = \mathcal{P'}_\gamma^\mu = (\omega', 0, \omega' sen\theta, \omega' cos\theta)$
- $\mathcal{P}_b^\mu = \mathcal{K}_{e^-}^\mu = (m_{e^-}, \vec{0})$
- $\mathcal{P}_b^\mu = \mathcal{K'}_{e^-}^\mu = (E'_{e^-}, 0, -\vec{p'} sen\theta, \vec{p'} cos\theta)$

TEMA 5: Oscilaciones de partículas

- Operador evolución temporal: $\mathcal{U}(t) = e^{-i\hat{H}t/\hbar}$
- Condición de ortonormalización: $\langle \nu_i(t)|\nu_j(t)\rangle = \delta_{ij}\ \forall t$
- Norma al cuadrado de una suma de $z \in \mathbb{C}$: $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2\mathrm{Re}(z \cdot z^*)$
- Fórmula de Euler: $2 \cdot \cos\theta = e^{i\theta} + e^{-i\theta}$ $\quad 2 \cdot \operatorname{sen}\theta = e^{i\theta} - e^{-i\theta}$
- Probabilidad de una oscilación: $\mathcal{P}_{\nu_i \to \nu_j}(t) = |\langle \nu_i(0)|\nu_j(t)\rangle|^2$

Oscilaciones de neutrinos

$$\begin{bmatrix}\nu_a\\ \nu_b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & \operatorname{sen}\theta\\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{bmatrix}$$

- Autoestados del hamiltoniano: $\hat{\mathcal{H}}\,|\nu_i\rangle = E_i\,|\nu_i\rangle$ con $i = a, b$.

Oscilaciones de kaones

- Partícula estable como estado estacionario: $|\Psi(t)\rangle = e^{-iEt/\hbar}\,|\Psi(0)\rangle$
- Partícula inestable como estado estacionario: $|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - \frac{i}{2}\Gamma t)}\,|\Psi(0)\rangle$
- Constante de desintegración: $\lambda = \Gamma/\hbar$
- Kaón neutro: $|K_0\rangle = |d\bar{s}\rangle$

- Anti-kaón neutro: $|\bar{K}_0\rangle = |s\bar{d}\rangle$

$$\begin{bmatrix} K_L^o \\ K_S^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_0 \\ \bar{K}_0 \end{bmatrix}$$

- Auto-estados de CP: $CP\,|K_L^o\rangle = -\,|K_L^o\rangle$; $CP\,|K_S^o\rangle = +\,|K_S^o\rangle$
- Evol. temporal del kaón long-lived: $|K_L(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(E_L t - \frac{i}{2}\Gamma_L t)}\,|K_L(0)\rangle$
$K_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$
- Evol. temporal del kaón short-lived: $|K_S(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}(E_S t - \frac{i}{2}\Gamma_S t)}\,|K_S(0)\rangle$
$K_S \to \pi^+\pi^-$

Violación de CP en kaones

- $K_L \to \pi^+\pi^-$ (con una probabilidad $\sim 10^{-3}$)
- $K_s \to \pi^+\pi^-\pi^0$ (con una probabilidad $\sim 10^{-3}$)
- Auto-estados CP Violating: $CP\,|K_i^{CPV}\rangle \neq \pm\,|K_i^{CPV}\rangle$

$$\begin{bmatrix} K_L^{CPV} \\ K_S^{CPV} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} \begin{bmatrix} 1 & \epsilon \\ \epsilon & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_L \\ K_S \end{bmatrix}$$

Interacción radiación-materia II

- Transferencia de momento de una partícula de masa m y carga $q = eZ$ a un electrón:

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} F dt = \frac{e}{v}\int_{-\infty}^{\infty} E_\perp dx = \frac{Ze^2}{\epsilon_0 2\pi b}$$

- Transferencia de energía cinética de la partícula de masa m al electrón:

$$\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m_e}$$

- Pérdida de energía en un diferencial de volumen

$$dE = -\Delta E \cdot (Z'\mathcal{N}) \cdot 2\pi b \cdot \mathrm{d}b \cdot \mathrm{d}x$$

- Poder de frenado medio por unidad de longitud de penetración (*Fórmula de Bethe-Bloch*):

$$-\langle\frac{dE}{dx}\rangle = \frac{\mathcal{N}e^4}{4\pi\epsilon_0^2}\frac{Z^2 Z'}{m_e v^2}\int_{b_{min}}^{b_{max}}\frac{db}{b} = frac\mathcal{N}e^4 4\pi\epsilon_0^2 \frac{Z^2 Z'}{m_e v^2}\ln\left(\frac{4\pi\epsilon_0 m_e v^3}{Ze^2\bar{\nu}}\right)$$

-